Collège Notre-Dame de Jamhour

مدرسة سيدة الجمهور

Mathématiques

Corrigé E2 juin 2014

Classe de 3^{e}

Exercice 1 *(7 pts)*

1) $A = \frac{55\times10^3\times2^{10}}{10^4\times2^9} = 11$ et $B = 2\sqrt{45} + \sqrt{81} - 3\sqrt{20} + 2 = 11$ donc $A = B$

2) $a + b = 2$; $a - 2b = 5$ et $(1-\sqrt{3})c = 1+\sqrt{3}$ donc $a = 3$; $b = -1$ et $c = -2-\sqrt{3}$

3) $\tan x + \frac{1}{\tan x} = \frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{sin^2 x + cos^2 x}{cosx\ sinx} = \frac{1}{\cos x \sin x}$

4) $1{,}1x \times 0{,}8 = 0{,}88x$ donc diminution de 12%.

Exercice 2 *(6 pts)*

a) $F(x) = 2x^2 - 8 + (x+2)(2x+5) = (x+2)(2x-4+2x+5) = (x+2)(4x+1)$
$G(x) = 3x(2x-1) - 6(1-2x) = (2x-1)(3x+6) = 3(2x-1)(x+2)$.

b) $F(x) - G(x) = 0; (x+2)(4x+1-6x+3) = (x+2)(4-2x) = 0; x = -2\ ou\ x = 2$.

c) Pour $x \neq 0{,}5$ et $x \neq -2$; $E(x) = \frac{(4x+1)}{3(2x-1)}$; $E(x) = 1$ pour $x = 2$ et $E(\sqrt{2}) = \frac{17+6\sqrt{2}}{21}$

Exercice 3 *(6 pts)*

1) population étudiée : L'ensemble des clients, caractère étudié : nombre de livres lus.

2) fréquences relatives aux valeurs 4 et 5= $[1 - (0{,}05 + 0{,}5 + 0{,}25 + 0{,}1)]/2 = 0{,}05$

3) $0{,}05 + 0{,}5 + 0{,}25 = 0{,}80 = 80\%$

4) L'effectif cumulé croissant de la dernière valeur est 120.

5)

Nombre de livres lus	1	2	3	4	5	6	total
Fréquence	0,05	0,5	0,25	0,05	0,05	0,1	1
Effectif	6	60	30	6	6	12	120
Effectif cumulé croissant	6	66	96	102	108	120	

6) moyenne $0{,}05 + 2\times0{,}5 + 3\times0{,}25 + 4\times0{,}05 + 5\times0{,}05 + 6\times0{,}1 = 2{,}85$

Exercice 4 *(9 pts)*

1) pente de (AH)=-1 donc (AH) : $y = -x + b$ et $b = 1$ donc (AH) :$y = -x + 1$. De plus H est sur (d) donc les coordonnées de H vérifient l'équation de (d) :$y = x + 4$. Donc $(-1{,}5\,;2{,}5)$.

2) $AH = \sqrt{3{,}5^2 + 3{,}5^2} = \sqrt{2 \times 3{,}5^2} = 3{,}5\sqrt{2}$.

3) $2 + 4 = 6$.

4) $(x_K + x_H) \div 2 = 0{,}25 \neq 0$ donc le milieu n'est pas sur l'axe des ordonnées.

5) a) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{HK} = (3{,}5; 3{,}5)\, donc\ B(3{,}5 + 2; 3{,}5 - 1)\ soit\ B(5{,}5; 2{,}5)$.
b) $(HB): y = 2{,}5\ et\ (AK): x = 2$ donc $(HB) \perp (AK)$
c) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{HK}$ alors ABKH parallélogramme,
de plus $\widehat{AHB} = 90°$ et $(HB) \perp (AK)$ donc AHKB est un carré.

6) La droite (D) forme un angle de 60° avec l'axe des abscisses

Exercice 5 *(9 pts)*

1)

a) ANB rectangle en N car il est inscrit dans le cercle de diamètre [AB], donc les deux triangles rectangles ANB et AOM sont semblables ayant un angle commun.

b) Rapports de similitude : $\frac{AO}{AN} = \frac{OM}{NB} = \frac{AM}{AB}$ alors $AM \times AN = AO \times AB = 3 \times 6 = 18$

c) les points O, B, N et M sont sur le cercle de diamètre[MB] car $\widehat{MOB} = \widehat{MNB} = 90°$

2)

a) $NB = AB \times \sin\widehat{BAN} = 6 \times 0{,}6 = 3{,}6$; $AN = 4{,}8$ de plus $AM \times AN = 18$ donc $AM = 3{,}75\ cm$.

b) (MO) et (NH) sont parallèles d'après la réciproque du théorème de Thalès et HI=NB/2=1,8.

Exercice 6 *(3 pts)*

Pythagore :
$(3x + y)^2 = (x + y)^2 + (2x + y)^2$
$9x^2 + 6xy + y^2 = x^2 + 2xy + y^2 + 4x^2 + 4xy + y^2$
$4x^2 - y^2 = 0$
$(2x - y)(2x + y) = 0$
$\boxed{y = 2x}$ ou $y = -2x$ à $rejeter$

$\tan\widehat{ABC} = \frac{AC}{AB} = \frac{x+y}{2x+y} = \frac{x+2x}{2x+2x} = \frac{3x}{4x} = \frac{3}{4}$.