## Exercice 1

$$f(x) = \frac{x}{2} + \frac{1+\ln x}{x}$$

1. $\lim\limits_{0} f(x) = -\infty$ car $\lim\limits_{0^+} \frac{1}{x} = +\infty$ et $\lim\limits_{0} \ln x = -\infty$.

$\lim\limits_{+\infty} f(x) = \lim\limits_{+\infty} \left(\frac{x}{2} + \frac{1}{x} + \frac{\ln x}{x}\right) = +\infty$ car $\lim\limits_{+\infty} \frac{1}{x} = 0$ et $\lim\limits_{+\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$

. La droite d'équation $x=0$ est une asymptote

2. a) La position de (C) par rapport à (D) dépend du signe de $f(x) - \frac{x}{2}$.

$f(x) - \frac{x}{2} = \frac{1+\ln x}{x}$

$1+\ln x \geq 0 \iff \ln x \geq -1 \iff x \geq 1/e$

Si $0<x<\frac{1}{e}$, (C) est en-dessous de (D)

Si $\frac{1}{e} < x$, (C) est au-dessus de (D).

(C) et (D) se coupent au point $(1/e\ ;\ 1/2e)$.

b) $M(x; f(x))$ et $N(x; \frac{x}{2})$

$MN = \left|f(x) - \frac{x}{2}\right| = \left|\frac{1+\ln x}{x}\right|$

$\lim\limits_{x\to+\infty} MN = \lim\limits_{x\to+\infty} \left(\frac{1}{x} + \frac{\ln x}{x}\right) = 0$.

Donc (D) est asymptote à (C)

3. $g(x) = x^2 - 2\ln x$

a) $g'(x) = 2x - \frac{2}{x} = \frac{2(x-1)(x+1)}{x}$

| $x$ | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $g(x)$ | | $\searrow$ | $1$ | $\nearrow$ | |

$g(x) \geq 1$ donc $g(x) > 0$.

b) $f'(x) = \frac{1}{2} + \frac{1-(1+\ln x)}{x^2}$

$f'(x) = \frac{x^2 - 2\ln x}{2x^2} = \frac{g(x)}{2x^2} > 0$

| $x$ | $0$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | |
| $f(x)$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $+\infty$ |

c) Sur $]0,+\infty[$, $f$ est continue, strictement croissante et $f(]0,+\infty[) = ]-\infty;+\infty[$ qui contient 0 : donc l'équation $f(x) = 0$ a une solution unique $\alpha$.

De + $f(0,34) = -0,061$ et $f(0,35) = 0,032$

Donc $0,34 < \alpha < 0,35$

4. (T) // (D) donc $f'(x_P) = \frac{1}{2}$

d'où $\frac{g(x)}{2x^2} = \frac{1}{2} \iff g(x) = x^2$

$\iff -2\ln x = 0$

$\iff x = 1$

et $P(1\ ;\ 3/2)$

5. Courbe

6. a) $I_a = \int_{1/e}^{a} \frac{1+\ln x}{x}\,dx$

$= \int_{1/e}^{a} (1+\ln x)'(1+\ln x)\,dx$

$= \left[\frac{(1+\ln x)^2}{2}\right]_{1/e}^{a} = \frac{1}{2}\left[(\ln a+1)^2 - (0)^2\right]$

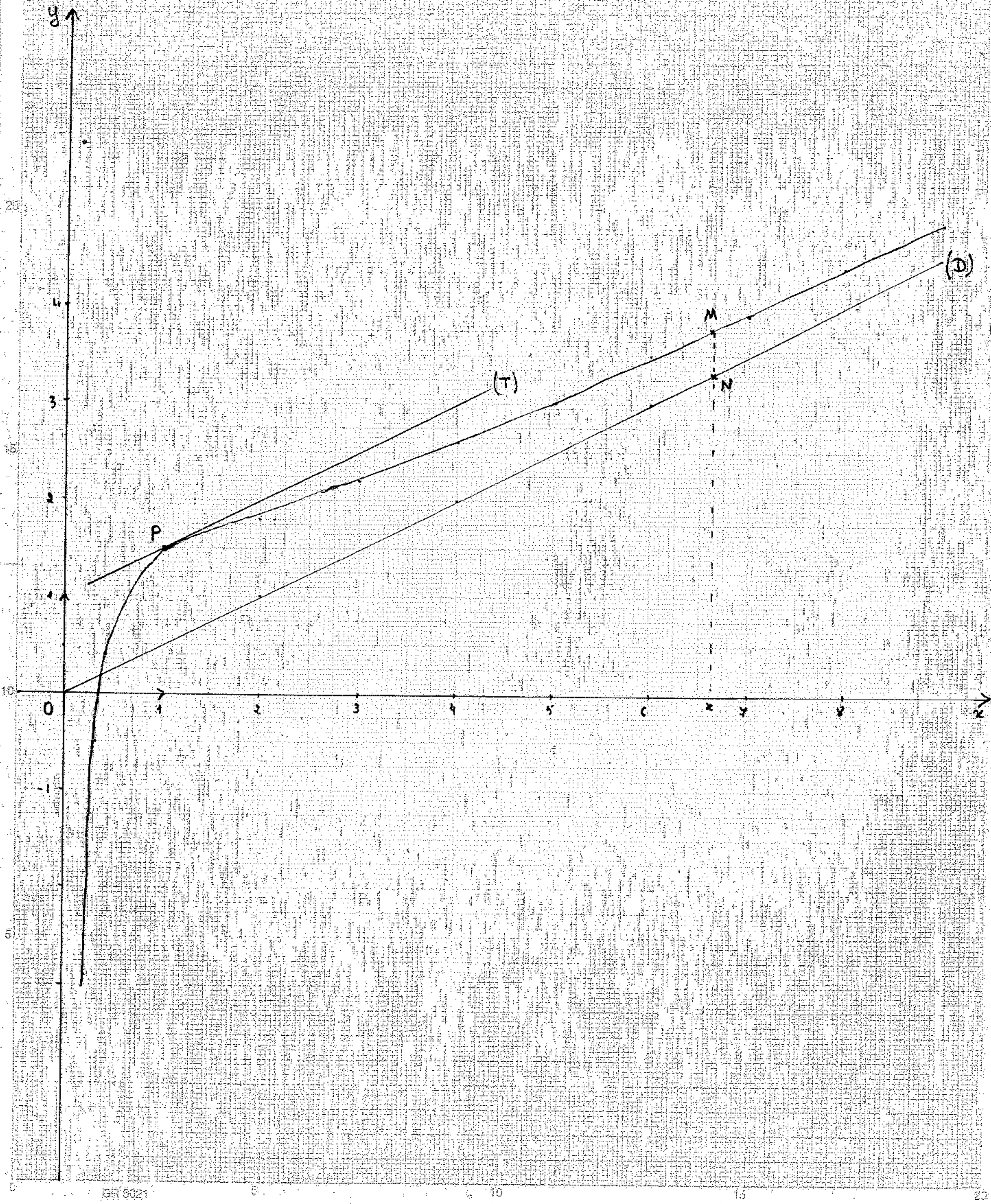
$= \frac{1}{2}\left[(\ln a)^2 + 2\ln a + 1\right]$

b) $S_R = \int_{1/e}^{e^2} \left[f(x) - \frac{x}{2}\right] dx$ u.a.

$= \int_{1/e}^{e^2} \frac{1+\ln x}{x}\,dx$ u.a.

$= I_{e^2} \times 4\ \text{cm}^2 = 18\ \text{cm}^2$

5.



## *Exercice 2 (SPC)*

### PARTIE A

**1.** On répète 3 fois de façon indépendante le tirage d'une boule avec la probabilité de succès de tirage d'une boule rouge égale à $\frac{2}{5}$.

La variable aléatoire X suit donc une loi binomiale de paramètres 3 et $\frac{2}{5}$.

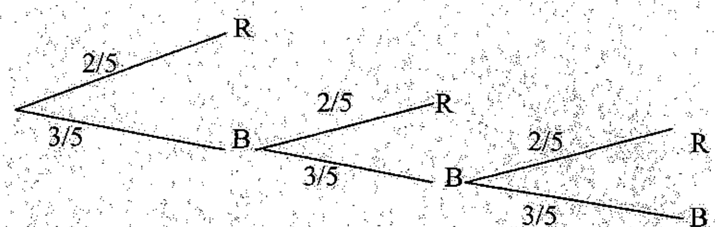
**2.** $P(X=1)=\binom{3}{1}\times\left(\frac{2}{5}\right)^1\times\left(\frac{3}{5}\right)^2=3\times\frac{2}{5}\times\frac{9}{25}=\frac{54}{125}$ $\boxed{P(X=1)=\frac{54}{125}}$

**3.** $E(X)=n\times p=3\times\frac{2}{5}=\frac{6}{5}=1{,}2$ $\boxed{E(X)=1{,}2}$

Cela signifie que si l'on fait un grand nombre de parties, en moyenne, on obtiendra 1,2 boules rouges par partie.

### PARTIE B

**1.**




**2.** $P(Y=0)=P(B\,B\,B)=\left(\frac{3}{5}\right)^3=\frac{27}{125}$

$P(Y=1)=1-P(Y=0)=1-\frac{27}{125}=\frac{98}{125}$

| k | 0 | 1 |
|---|---|---|
| P(Y = k) | $\frac{27}{125}$ | $\frac{98}{125}$ |

$E(Y)=0\times\frac{27}{125}+1\times\frac{98}{125}=0{,}784$ $\boxed{E(Y)=\frac{98}{125}}$

**3.** N prend les valeurs 1, 2 ou 3.

$P(N=1)=P(R)=\frac{2}{5}$.

$P(N=2)=P(B\,R)=\frac{3}{5}\times\frac{2}{5}=\frac{6}{25}$.

$P(N=3)=P(\,B\,B\text{ et }B\text{ ou }N)=\frac{3}{5}\times\frac{3}{5}=\frac{9}{25}$

| k | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|
| P(N = k) | $\frac{2}{5}$ | $\frac{6}{25}$ | $\frac{9}{25}$ |

$E(N)=1\times\frac{2}{5}+2\times\frac{6}{25}+3\times\frac{9}{25}=\frac{2}{5}+\frac{12}{25}+\frac{27}{25}=\frac{49}{25}=1{,}96$ $\boxed{E(N)=1{,}96}$

**4.** La proportion moyenne de boules rouges est $\frac{E(Y)}{E(N)}=\frac{0{,}784}{1{,}96}=0{,}4=\frac{2}{5}$.

La proportion moyenne de boules rouges est bien la proportion de boules rouges dans l'urne.

## Exercice 2 (SG)

1. D'après la formule des probabilités totales :

$$a_{n+1} = P(A_{n+1}) = P(A_n \cap A_{n+1}) + P(B_n \cap A_{n+1}) + P(C_n \cap A_{n+1})$$
$$= P(A_n) \times P_{A_n}(A_{n+1}) + P(B_n) \times P_{B_n}(A_{n+1}) + P(C_n) \times P_{C_n}(A_{n+1})$$

Si, après la $n$-ième navigation, l'internaute est sur la page nº 1 (événement $A_n$), il ne reste pas sur cette page donc $P_{A_n}(A_{n+1}) = 0$.

Si, après la $n$-ième navigation, l'internaute est sur la page nº 2 (événement $B_n$), il ira sur la page nº 1 avec une probabilité de $\frac{1}{2}$ donc $P_{B_n}(A_{n+1}) = \frac{1}{2}$.

Si, après la $n$-ième navigation, l'internaute est sur la page nº 3 (événement $C_n$), il ira sur la page nº 1 avec une probabilité de $\frac{1}{2}$ donc $P_{C_n}(A_{n+1}) = \frac{1}{2}$.

De plus $P(A_n) = a_n$, $P(B_n) = b_n$ et $P(C_n) = c_n$.

Donc $a_{n+1} = a_n \times 0 + b_n \times \frac{1}{2} + c_n \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} b_n + \frac{1}{2} c_n$

On aurait pu aussi construire un arbre pondéré pour représenter la situation.

On démontre de même, $b_{n+1} = \frac{1}{4} a_n + \frac{1}{4} b_n + \frac{1}{4} c_n$ et $c_{n+1} = \frac{3}{4} a_n + \frac{1}{4} b_n + \frac{1}{4} c_n$.

2. D'après la question précédente :

$$\begin{cases} a_{n+1} = 0 \times a_n + \frac{1}{2} b_n + \frac{1}{2} c_n \\ b_{n+1} = \frac{1}{4} a_n + \frac{1}{4} b_n + \frac{1}{4} c_n \\ c_{n+1} = \frac{3}{4} a_n + \frac{1}{4} b_n + \frac{1}{4} c_n \end{cases} \iff \begin{pmatrix} a_{n+1} \\ b_{n+1} \\ c_{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{3}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_n \\ b_n \\ c_n \end{pmatrix}$$

Donc en prenant $M = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ \frac{3}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$ on a $U_{n+1} = MU_n$.

Soit $\mathscr{P}_n$ la propriété $U_n = M^n U_0$

- Pour $n = 0$, $M^0 U_0 = U_0$ car $M^0$ est la matrice identité $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

  Donc la propriété est vraie au rang 0.
- On suppose que la propriété est vraie au rang $p$ avec $p \geqslant 0$, c'est-à-dire $U_p = M^p U_0$.
  On sait que, pour tout entier naturel $n$, $U_{n+1} = MU_n$ donc $U_{p+1} = MU_p$.
  Or, d'après l'hypothèse de récurrence, $U_p = M^p U_0$, donc $u_{p+1} = M \times M^p U_0 = M^{p+1} U_0$.
  Donc la propriété est vraie au rang $p+1$.
- La propriété est vraie au rang 0 ; elle est héréditaire, donc elle est pour tout $n \geqslant 0$.

Donc, pour tout entier naturel $n$, $U_n = M^n U_0$.

**3.** Soit la matrice colonne $U=\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}$ telle que : $x+y+z=1$ et $MU=U$.

$$MU=U \iff \begin{pmatrix}0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2}\\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4}\\ \frac{3}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix} \iff \begin{cases}\frac{1}{2}y+\frac{1}{2}z=x\\ \frac{1}{4}x+\frac{1}{4}y+\frac{1}{4}z=y\\ \frac{3}{4}x+\frac{1}{4}y+\frac{1}{4}z=z\end{cases}$$

On doit donc résoudre le système $\begin{cases}\frac{1}{2}y+\frac{1}{2}z=x\\ \frac{1}{4}x+\frac{1}{4}y+\frac{1}{4}z=y\\ \frac{3}{4}x+\frac{1}{4}y+\frac{1}{4}z=z\\ x+y+z=1\end{cases} \iff \begin{cases}y+z=2x & \text{(L1)}\\ x+y+z=4y & \text{(L2)}\\ 3x+y+z=4z & \text{(L3)}\\ x+y+z=1 & \text{(L4)}\end{cases}$

De (L2) et (L4) on déduit $4y=1$ d'où $y=\frac{1}{4}$.

(L1) $\iff x+y+z=3x$ ce qui donne en utilisant (L4) : $1=3x \iff x=\frac{1}{3}$.

(L4) $\iff z=1-x-y \Longrightarrow z=1-\frac{1}{3}-\frac{1}{4}=\frac{5}{12}$.

Comme on n'a pas procédé par équivalences, il faut vérifier que pour les trois valeurs de $x$, $y$ et $z$ trouvées, les quatre lignes du système sont vérifiées, ce qui se fait sans problème.

L'unique matrice colonne $U=\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}$ telle que : $x+y+z=1$ et $MU=U$, est $U=\begin{pmatrix}\frac{1}{3}\\ \frac{1}{4}\\ \frac{5}{12}\end{pmatrix}$

**4.** Pour $n$ entier non nul, on a : $M^n=\begin{pmatrix}\frac{1}{3}+\frac{\left(\frac{-1}{2}\right)^n\times 2}{3} & \frac{1}{3}+\frac{\left(\frac{-1}{2}\right)^n}{-3} & \frac{1}{3}+\frac{\left(\frac{-1}{2}\right)^n}{-3}\\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4}\\ \frac{5}{12}+\frac{\left(-\left(\frac{-1}{2}\right)^n\right)\times 2}{3} & \frac{5}{12}+\frac{-\left(\frac{-1}{2}\right)^n}{-3} & \frac{5}{12}+\frac{-\left(\frac{-1}{2}\right)^n}{-3}\end{pmatrix}$

$$U_n=M^nU_0 \iff \begin{pmatrix}a_n\\b_n\\c_n\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{1}{3}+\frac{\left(\frac{-1}{2}\right)^n\times 2}{3} & \frac{1}{3}+\frac{\left(\frac{-1}{2}\right)^n}{-3} & \frac{1}{3}+\frac{\left(\frac{-1}{2}\right)^n}{-3}\\ \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4}\\ \frac{5}{12}+\frac{\left(-\left(\frac{-1}{2}\right)^n\right)\times 2}{3} & \frac{5}{12}+\frac{-\left(\frac{-1}{2}\right)^n}{-3} & \frac{5}{12}+\frac{-\left(\frac{-1}{2}\right)^n}{-3}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a_0\\b_0\\c_0\end{pmatrix}$$

$$\iff \begin{cases}a_n=\left(\frac{1}{3}+\frac{\left(\frac{-1}{2}\right)^n\times 2}{3}\right)a_0+\left(\frac{1}{3}+\frac{\left(\frac{-1}{2}\right)^n}{-3}\right)b_0+\left(\frac{1}{3}+\frac{\left(\frac{-1}{2}\right)^n}{-3}\right)c_0\\ b_n=\frac{1}{4}a_0+\frac{1}{4}b_0+\frac{1}{4}c_0\\ c_n=\left(\frac{5}{12}+\frac{\left(-\left(\frac{-1}{2}\right)^n\right)\times 2}{3}\right)a_0+\left(\frac{5}{12}+\frac{-\left(\frac{-1}{2}\right)^n}{-3}\right)b_0+\left(\frac{5}{12}+\frac{-\left(\frac{-1}{2}\right)^n}{-3}\right)c_0\end{cases}$$

On constate que $b_n=\frac{1}{4}a_0+\frac{1}{4}b_0+\frac{1}{4}c_0=\frac{1}{4}(a_0+b_0+c_0)$ ; or $a_0+b_0+c_0=1$ donc $b_n=\frac{1}{4}$.

On sait qu'une suite géométrique de raison $q$ où $-1 < q < 1$ est convergente vers 0 donc $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(-\dfrac{1}{2}\right)^n = 0$ ; on en déduit que $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{\left(\frac{-1}{2}\right)^n\times 2}{3} = 0$ et $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{\left(\frac{-1}{2}\right)^n}{-3} = 0$.
D'après les théorèmes sur les limites, on peut dire :
$\lim\limits_{n\to+\infty} a_n = \dfrac{1}{3}a_0 + \dfrac{1}{3}b_0 + \dfrac{1}{3}c_0 = \dfrac{1}{3}(a_0+b_0+c_0) = \dfrac{1}{3}$.
$\lim\limits_{n\to+\infty} c_n = \dfrac{5}{12}a_0 + \dfrac{5}{12}b_0 + \dfrac{5}{12}c_0 = \dfrac{5}{12}(a_0+b_0+c_0) = \dfrac{5}{12}$.

5. $\lim\limits_{n\to+\infty} a_n = \dfrac{1}{3}$ donc, à long terme, la page 1 du site sera consultée $100\times\dfrac{1}{3}\approx 33{,}33\,\%$ du temps de visite.

   $\lim\limits_{n\to+\infty} b_n = \dfrac{1}{4}$ donc, à long terme, la page 2 du site sera consultée $100\times\dfrac{1}{4} = 25\%$ du temps de visite.

   $\lim\limits_{n\to+\infty} c_n = \dfrac{5}{12}$ donc à long terme, la page 3 du site sera consultée $100\times\dfrac{5}{12}\approx 41{,}67\%$ du temps de visite.

## *Exercice 3*

**Partie A**

1. $P(390 \leqslant X \leqslant 410) = P(X \leqslant 410) - P(X < 390) = 0{,}818 - 0{,}182 = 0{,}636$.

2. Un pain choisi au hasard dans la production est commercialisable si et seulement si « $X \geqslant 385$ ».
   « $X \geqslant 385$ » est l'événement contraire de « $X < 385$ ».
   On a donc $p(X \geqslant 385) = 1 - p(X < 385) = 1 - 0{,}086 = 0{,}914$.

3. Le fabricant trouve cette probabilité $p$ trop faible. Il décide de modifier ses méthodes de production afin de faire varier la valeur de $\sigma$ sans modifier celle de $\mu$.
   Soit Y la variable aléatoire de paramètres $\mu = 400$ et $\sigma$, on a :
   $p(X \geqslant 385) = 0.96 \Leftrightarrow 1 - p(Y < 385) = 0{,}96 \Leftrightarrow p(Y < 385) = 0{,}04$
   Si Y suit une loi normale de paramètres $\mu = 400$ et $\sigma$, on sait que $Z = \dfrac{X-400}{\sigma}$ suit une loi normale centrée réduite et $p(Y < 385) = 0{,}04 \Leftrightarrow P\left(Z \leqslant \dfrac{385-400}{\sigma}\right) = 0{,}04$.
   Or $P(Z \leqslant -1{,}751) \approx 0{,}040$. On a donc : $\dfrac{-15}{\sigma} = -1.751 \Leftrightarrow \sigma = \dfrac{15}{1.751} = 8{,}6$.
   Pour $\sigma = 8{,}6$, au dixième près ; la probabilité qu'un pain soit commercialisable est de 96%

**Partie B**

Les méthodes de production ont été modifiées dans le but d'obtenir 96 % de pains commercialisables.
Afin d'évaluer l'efficacité de ces modifications, on effectue un contrôle qualité sur un échantillon de 300 pains fabriqués.

1. L'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la proportion de pains commercialisables dans un échantillon de taille 300 est de la forme :

$$I_{300} = \left[p - 1{,}96\frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}}\ ;\ p - 1{,}96\frac{\sqrt{p(1-p)}}{\sqrt{n}}\right]$$

   avec $p = 0{,}96$ et $n = 300$.
   On a donc : $I_{300} = [0{,}93\ ;\ 0{,}99]$

2. Parmi les 300 pains de l'échantillon, 283 sont commercialisables. Ce qui représente 94 % de la production.
   Au regard de l'intervalle de fluctuation obtenu à la question 1,on accepte que l'objectif a été atteint .

**Partie C**

Le boulanger utilise une balance électronique. Le temps de fonctionnement sans dérèglement, en jours, de cette balance électronique est une variable aléatoire $T$ qui suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda$.

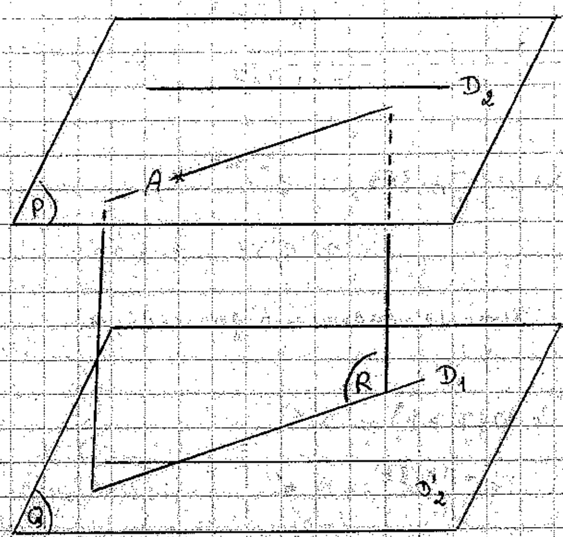
1. On sait que la probabilité que la balance électronique ne se dérègle pas avant 30 jours est de $p(T \geqslant 30) = 0{,}913$.
   On a par ailleurs : $p(T \leqslant 30) = \int_0^{30} \lambda \mathrm{e}^{-\lambda x}dx = [-\mathrm{e}^{-\lambda x}]_0^{30} = 1 - \mathrm{e}^{-30\lambda}$.
   On en déduit : $p(T \geqslant 30) = 1 - p(T \leqslant 30) = \mathrm{e}^{-30\lambda}$ et finalement :
   $e^{-30\lambda} = 0{,}913 \Leftrightarrow -30\lambda = \ln(0{,}913) \Leftrightarrow \lambda = 0{,}003$.

   Dans toute la suite on prendra $\lambda = 0{,}003$.

2. Calculons $p_{T\geqslant 60}(T \geqslant 90)$.
   On a $p_{T\geqslant 60}(T \geqslant 90) = \dfrac{p((T \geqslant 60) \cap (T \geqslant 90))}{p(T \geqslant 60)} = \dfrac{p(T \geqslant 90)}{p(T \geqslant 60})} = \dfrac{1 - p(T \leqslant 90)}{1 - p(T \leqslant 90)} = \dfrac{\mathrm{e}^{-90\lambda}}{\mathrm{e}^{-60\lambda}} = \mathrm{e}^{-30\lambda}$.
   Avec $\lambda = 0{,}003$., on a donc $p_{T\geqslant 60}(T \geqslant 90) = p(T \geqslant 30) = 0{,}913$
   La probabilité que la balance électronique fonctionne encore sans dérèglement après 90 jours, sachant qu'elle a fonctionné sans dérèglement 60 jours est 0,913 (loi à durée de vie sans vieillissement !)

3. Le vendeur de cette balance électronique a assuré au boulanger qu'il y avait une chance sur deux pour que la balance ne se dérègle pas avant un an. Calculons la durée maximale $t_{max}$ pour laquelle la probabilité que la balance dérègle est inférieure à 0,5.
   $p(T \leqslant t_{\max}) \leqslant 0{,}5 \iff = \int_0^{t_{\max}} \lambda \mathrm{e}^{-\lambda x}dx \leqslant 0{,}5 \iff [-\mathrm{e}^{-\lambda x}]_0^{t_{\max}} \leqslant 0{,}5 \iff 1 - \mathrm{e}^{-\lambda t_{\max}} \leqslant 0{,}5$
   $1 - \mathrm{e}^{-\lambda t_{\max}} \leqslant 0{,}5 \Leftrightarrow \mathrm{e}^{-\lambda t_{\max}} \geqslant 0{,}5 \Leftrightarrow -\lambda t_{max} \geqslant \ln 0{,}5$
   Avec $\lambda = 0{,}003$, on trouve $t_{\max} = 231$. Le vendeur avait donc tort.

## Exercice 4




1. $\vec{d_1}(2;2;-3)$ et $\vec{d_2}(1;2;-2)$ ne sont pas colinéaires donc $(D_1)$ et $(D_2)$ non parallèles.

Le système $\begin{cases}(D_1):\{ \\ (D_2):\{\end{cases}$ est équivalent à :

$$\begin{cases} 2m+4 = t+2 & ① \\ 2m+1 = 2t-1 & ② \\ -3m-5 = -2t+6 & ③ \end{cases}$$

①+③ $\Rightarrow m = -9$

② $\Rightarrow t = -8$

① $\Rightarrow -14 = -6$ Donc pas d'intersection

$(D_1)$ et $(D_2)$ sont non coplanaires

2. a) Soit $\vec{n}(a,b,c)$ un vecteur normal à $(Q)$

$\vec{n}.\vec{d_1} = 0$ et $\vec{n}.\vec{d_2} = 0$

d'où $\begin{cases} 2a+2b-3c=0 & ① \\ a+2b-2c=0 & ② \end{cases}$

①-② $\Rightarrow a-c=0$ et $a=c$

② $\Rightarrow b = \frac{c}{2}$

$c=2 \Rightarrow \vec{n}(2;1;2)$

b) Soit $M(x,y,z) \in (Q)$ et $B(4,-1,5) \in (D_1)$

$\vec{BM}.\vec{n} = 0 \Leftrightarrow 2(x-4)+(y+1)+2(z+5)=0$

$\Leftrightarrow 2x+y+2z+1 = 0$

3. a) $A \in (D_2)$ si $\begin{cases} 2 = t+2 & ① \\ 1 = 2t-1 \\ 5 = -2t+6 \end{cases}$ est compatible

① $\Rightarrow t=0$ et ② $\Rightarrow t=1$ donc $A \notin (D_2)$

b) $2x_A + y_A + 2z_A - 15 = 4+1+10-15 = 0$

Donc $A \in (P)$

Soit $M(t+2;\ 2t-1;\ -2t+6)$ un point de $(D_2)$

$2x_M + y_M + 2z_M - 15 = 2(t+2) + 2t-1 + 2(-2t+6) - 15$

$= 0$

donc $M \in (P)$ et $(D_2) \subset (P)$.

Comme $A \notin (D_2)$, $(A,(D_2))$ détermine un plan qui est $(P)$.

4. $\vec{n}_P(2;1;2)$ et $\vec{n}_Q(2,1,2)$

donc $(P)$ et $(Q)$ sont parallèles car $\vec{n}_P \parallel \vec{n}_Q$

et $A \in (P)$ mais $A \notin (Q)$ $(2x_A + y_A + 2z_A + 1 \neq 0)$

5. Le plan $(R)$ coupe $(Q)$ suivant $(D_1)$

Donc $(R)$ va couper le plan $(R)$ qui est parallèle à $(Q)$ suivant une droite parallèle à $(D_1)$ et passant par $A$ (car $A \in (P)$ et $A \in (R)$)

Soit $M(x,y,z) \in (R) \cap (P)$

Alors $\vec{AM} = k.\vec{d_1}$, $k \in \mathbb{R}$

D'où $\begin{cases} x = 2k+2 \\ y = 2k+1 \\ z = -3k+5 \end{cases}$