Collège Notre-Dame
de Jamhour

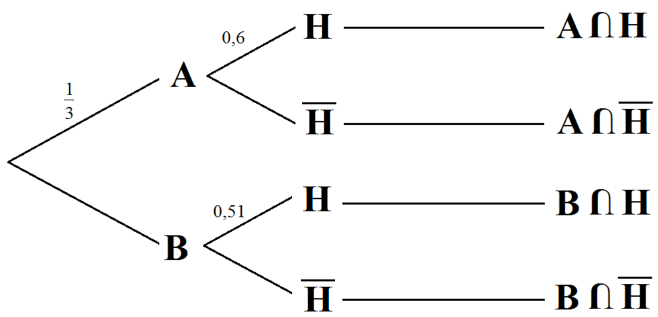
مدرسة سيّدة الجمهور

Mai 2014
Terminale ES

Mathématiques
Eléments de correction

Exercice 1 :

1)



2) Calcul de $P(A\cap H)$:

$P(A\cap H) = P_A(H) \times P(A) = 0{,}6 \times \frac{1}{3} = 0{,}2$

3) D'après la formule des probabilités totales :

$P(H) = P(A\cap H) + P(B\cap H) = 0{,}6 \times \frac{1}{3} + 0{,}51 \times \frac{2}{3} = 0{,}54$ avec $P(B) = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

4) $P_H(A) = \frac{P(A\cap H)}{P(H)} = \frac{0{,}2}{0{,}54} = 0{,}37.$

5) Choisir une personne au hasard d'une population est une épreuve de Bernoulli qui a 2 issues :

Succès : Choisir une personne qui accède à internet par le haut débit avec une probabilité p = P(H) = 0,54.

Echec : Choisir une personne qui n'accède pas à internet par le haut débit avec une probabilité q = 1 – 0,54 = 0,46.

Comme cette épreuve est répétée 3 fois d'une manière identique et indépendante, on est en présence d'un schéma de Bernoulli d'ordre 3.

La variable aléatoire X qui donne le nombre de personnes qui accèdent à internet par le haut débit suit une loi binomiale de paramètres n = 3 ; P = 0,54 ; X → B (3 ; 0,54).

Donc $P(X=k)= \binom{n}{k} p^k q^{n-k}$ or $P(X=2)= \binom{3}{2}.(0{,}54)^2.(0{,}46)^{3-2} = 0{,}40$.

Exercice 2:

1) a) S = {1,75 ; 3,5}

b) * Sur [0,5 ; e [$f' > 0$

* Sur]e ; 4] $f' < 0$

* Si x = e $f'(x) = 0$

2) $\int_1^2 f(x)dx$ représente l'air du domaine limité par (*C*), *x'ox* et *x* = 1 ; *x* = 2.

L'unité d'aire 1 × 1 = 1 cm^2, il y a à peu près 5 unités d'aire.

Donc 5 cm^2, alors $3 \leq \int_1^2 f(x)dx \leq 7$

3) On a $f'(e) = 0$ et $f'(1) = 4$

g(*x*) = $\frac{e}{x}$ - 1 → g(1) = $\frac{e}{1} - 1 = e - 1 \neq 4$.

Donc g ne peut pas être la dérivée de *f*.

x	0,5		e		3		4
$x - e$		−	0	+		+	
$x - 3$		−		−	0	+	
$J(x)$		+	0	−	0	+	

$J(x) = \frac{2}{e-1}(x-e)(x-3) \rightarrow J(1) = \frac{2}{e-1}(1-e)(1-3) = 4$; J(e) = 0.

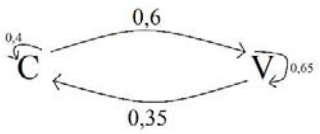
J(x) ne peut pas être la dérivée de f car sur [e ; 4] f est décroissante donc $f' < 0$

Tandis que J(x) sur [e ; 4] change de signe.

Exercice 3 :

- **Partie A :**

1)



2) Puisque le graphe de probabilité est d'ordre 2 et la matrice de transition M ne comporte pas de 0, alors l'état stable est P = (a,b) tel que P = P × M avec a + b = 1

$P = P \times M$

$(a,b) = (a,b)\begin{pmatrix} 0{,}40 & 0{,}60 \\ 0{,}35 & 0{,}65 \end{pmatrix} = (0{,}4a + 0{,}35b \; ; \; 0{,}6a + 0{,}65b)$

$a = 0{,}4a + 0{,}35b$ or $b = 1 - a$

$a = \frac{7}{19}$ $b = \frac{12}{19}$

Donc $P\left(\frac{7}{19} \; ; \; \frac{12}{19}\right)$

A long terme, la probabilité de pratiquer le covoiturage est de $\frac{7}{19}$ alors que celle de se déplacer seul en voiture est de $\frac{12}{19}$

- **Partie B :**

1) $\frac{U_{n+1}}{U_n} = \frac{X_{n+1} - 70}{X_n - 70} = \frac{0{,}05Xn + 66{,}5 - 70}{Xn-70} = \frac{0{,}05(Xn-70)}{Xn-70} = 0{,}05 =$ constante.

Donc (Un) est géométrique de raison q = 0,05 et de premier terme
$U_0 = X_0 - 70 = 60 - 70 = 10$.

2) (Un) est géométrique donc $Un = U_0 \,.\, q^n = -10\,(0{,}05)^n$
or $Un = Xn - 70$; $Xn = Un + 70 = -10\,(0{,}05)^n + 70$.

Non car $\lim\limits_{x \to +\infty} Xn = 70$.

Exercice 4 :

- **Partie A :**

D → N (μ ; σ^2)

1) Puisque la variable aléatoire D suit une loi normale N(μ ;σ^2) donc $\frac{X-\mu}{\sigma}$ = y suit la loi normale centrée réduite (standard) N(0 ;1)

2) P (D > 2000) = 0,9251 et P (D > 3000) = 0,8577

3) $P\left(\frac{D-\mu}{\sigma} > \frac{2000-\mu}{\sigma}\right) = 0{,}9521$ $P\left(\frac{D-\mu}{\sigma} > \frac{3000-\mu}{\sigma}\right) = 0{,}8577$

$P\left(y > \frac{2000-\mu}{\sigma}\right) = 0{,}9521$ $P\left(y > \frac{3000-\mu}{\sigma}\right) = 0{,}8577$

alors $\frac{2000-\mu}{\sigma} = -1{,}44$ alors $\frac{3000-\mu}{\sigma} = -1{,}07$

$$\begin{cases} 2000 - \mu = -1{,}44\sigma \\ 3000 - \mu = -1{,}07\sigma \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \mu - 1{,}44\sigma = 2000 \\ \mu - 1{,}07\sigma = 3000 \end{cases}$$

$$\mu = 5892 \quad \sigma = 2703$$

X → N (5892 ; 2703^2)

4) P(D< 1000) = 0,035 ; P(D> 5000) = 0,629

- **Partie B :**

1) f(t) = $\frac{1}{b-a} = \frac{1}{16{,}5-16} = \frac{1}{0{,}5} = 2$ $avec\ t \in [16\,;16{,}5]$

2) a) 16h20 → 16 + $\frac{20}{60}$ = 16 + $\frac{1}{3}$

P$\left(16+\frac{1}{3} \le t \le 16{,}5\right) = \frac{16{,}5-\left(16+\frac{1}{3}\right)}{16{,}5-16} = \frac{\frac{1}{6}}{0{,}5} = \frac{1}{3}$

b) $\frac{1/6}{1/4} = \frac{2}{3}$ car P$\left(16+\frac{1}{3} \le X \le 16{,}5\right) = \frac{16{,}5-\left(16+\frac{1}{3}\right)}{16{,}5-\mathbf{16{,}25}} = \frac{2}{3}$