TRAVAIL NOEL 2016 Classe de 1reS

Mathématiques

Exercice 1

Résoudre dans :

$\sqrt{2x^2 - 3x - 5} = x - 2$; $(y-2)^2 - 3|2y-4| + 5 < 0$

Exercice 2

On considère l'équation $(E): (t+2)x^2 - (t-1)x + 1 = 0$, t est réel différent de -2.

On désigne par x_1 et x_2 ses racines lorsqu'elles existent.

1) Déterminer t pour que (E) admette 3 comme racine puis déduire l'autre racine.

2) a) Déterminer t pour que (E) admette deux solutions distinctes négatives.

b) Peut-on trouver t pour que $x_1 < 0 < x_2$ et $|x_1| > |x_2|$?

c) Déterminer t pour que les solutions de (E) existent et vérifient l'égalité $\frac{x_2}{x_1} + \frac{x_1}{x_2} = 4$

Sans calculer x_1 et x_2, déterminer alors leur signe.

3) Soit f la fonction définie sur R^* par : $f(x) = \frac{3x+1}{x}$ et (C) sa courbe représentative.

a) Prouver que les abscisses des points d'intersection de la courbe (C) et de la droite $(D_1): y = (t+2)(1-x)$ ne sont autres que x_1 et x_2.

b) Pour quelles valeurs de t, (D_t) est-elle tangente à (C) ?

Exercice 3

Soit f la fonction définie sur $-\{1\}$ par $f(x) = \frac{-2x^2+3x}{x-1}$ et soit (C) la courbe représentative de f.

1) Calculer $\lim\limits_{-\infty} f(x)$, $\lim\limits_{+\infty} f(x)$, $\lim\limits_{1^-} f(x)$ et $\lim\limits_{1^+} f(x)$.

Que peut-on conclure ?

2) a) Montrer que la droite (D) d'équation $y = -2x + 1$ est asymptote à (C).

b) Quelles sont les positions relatives de (C) et (D) ? Justifier.

3) a) Vérifier que $f(x) = -2x + 1 + \frac{1}{x-1}$.

b) Donner les variations de f et dresser le tableau de variations de f.

Exercice 4

1) Résoudre dans , l'équation $\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$. Placer sur le cercle trigonométrique les « points solutions » puis donner l'ensemble S des solutions dans $]-\pi; \pi]$.

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$, l'équation $\cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right) + \sin 2x = 0$. Placer sur le cercle trigonométrique les « points solutions » puis donner l'ensemble T des solutions dans $[0 ; 2\pi[$.

Exercice 5

Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{x^3}{x^2+3x+3}$

On note (**C**) sa courbe dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$,

1) Calculer les limites de f aux bornes de son domaine de définition.

2) a) Montrer qu'on peut écrire f sous la forme $f(x) = ax + b + \frac{cx+d}{x^2+3x+3}$

b) Montrer que la droite (**D**) d'équation $y = ax + b$ est asymptote à (**C**).

c) Etudier les positions relatives de (**C**) et (**D**).

Exercice 6

Soit h la fonction définie $R - \{2\}$ par $h(x) = \frac{ax+b}{x-2}$ de courbe représentative $(\boldsymbol{C_h})$

Déterminer les réels $a\ et\ b$ pour que $(\boldsymbol{C_h})$ admette une tangente T au point $A(6\,;-3)$ de coefficient directeur $-\frac{1}{4}$. Écrire l'expression de h.

Exercice 7

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé, on considère les points

A(-3;0) , B(5;6) et M(x;y) et soit: (E) l'ensemble des points M(x;y) tels que $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}$ = -15 et (F) l'ensemble des points M(x;y) vérifiant: $4x^2 + 4y^2 - 4x - 24y + 1 = 0$.

1) Justifier que: $x^2 + y^2 - 2x - 6y = 0$ est une équation de (E).

2) Prouver que (E) et (F) sont des cercles dont on précisera pour chacun le centre et le rayon.

3) Tracer les deux cercles (E) et (F).

4) Calculer les coordonnées des points d'intersection de (E) et (F).

5) Prouver que le cercle (F) est tangent à l'axe des abscisses.

6) a) Prouver que la droite (d) d'équation x = -3y est une tangente à (E) menée de G(-9;3).

b) En déduire une équation de la 2$^{\text{ème}}$ tangente à (E) passant par G.