

Mathématiques

- I) a. Résoudre, dans l'ensemble des **entiers naturels**, l'inéquation $2,7 - 0,2x > \frac{1}{2}$.
- b. Donner le domaine de définition de la fonction h d'expression $h(x) = \frac{x+1}{\sqrt{1-x}-2}$
- c. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f définie par $f(x) = \sqrt{\frac{-x+1}{2x^2+x^3}}$.
- d. Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f définie par $f(x) = \frac{\sqrt{-x+1}}{\sqrt{2x^2+x^3}}$.
- e. Résoudre dans \mathbf{R} $\frac{x^2-3x}{x^2+4} \leq 0$; $\frac{(-x-2)^4}{(2x+3)(-3x+1)^5} > 0$; $x-1 \leq \frac{1}{x-1}$.

II) On donne le polynôme P défini par $P(x) = 2x^3 + x^2 - 13x + 6$

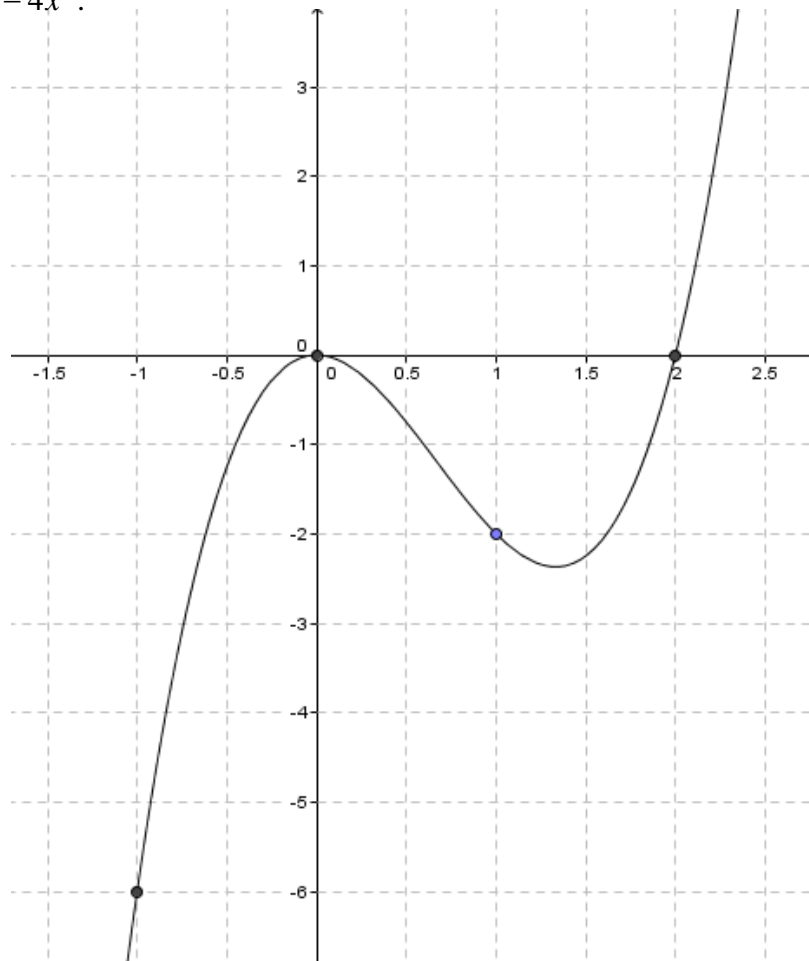
- 1) Ecrire un algorithme permettant de saisir un réel m et qui affiche le reste de la division de $P(x)$ par $(x-m)$
- 2) Montrer que P s'écrit sous la forme $P(x) = (x-2)(x+3)(ax+b)$ où a et b sont des réels à déterminer par la méthode d'identification.
- 3) On donne $F(x) = \frac{P(x)}{x-2x^2}$.
 - a) Pour quelles valeurs de x , $F(x)$ est-elle définie ?
 - b) Simplifier $F(x)$ puis résoudre $F(x) > 0$.

4) On donne les fonctions f et g définie par $f(x) = 2x^3 - 12x + 3$ et $g(x) = -x^2 + x - 3$.

Déterminer algébriquement les coordonnées des points d'intersections de la courbe (C_f) représentative de la fonction f et de la courbe (C_g) représentative de la fonction g .

III) La courbe (C_f) ci-dessous est la représentation graphique de la fonction f définie sur \mathbf{R} par :

$$f(x) = 2x^3 - 4x^2.$$



- 1) a) Calculer algébriquement l'image de -1 par f .
 b) Déterminer graphiquement l'image de 1 par f .
- 2) a) Déterminer graphiquement les racines de f puis dresser le tableau de signes de f .
 b) Confirmer le résultat de 2-a) par le calcul.
 c) Sans aucun calcul, montrer que $f(-3,24) < f(2,4)$.
- 3) Sans aucun calcul, montrer que $f(-1) < f(-0,33)$.
- 4) a) Montrer que la droite $(d): y = 2x - 4$ passe par les points M, N et P de (C_f) d'abscisses -1, 1 et 2 respectivement
 b) Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) < 2x - 4$ puis confirmer le résultat par le calcul.

IV) ABC est un triangle quelconque. Les points E, F, I et G sont quatre points définis par:

$$\overrightarrow{AE} = \frac{3}{5} \overrightarrow{AB} \quad ; \quad 2\overrightarrow{AF} + 3\overrightarrow{CF} = \vec{0} \quad ; \quad \overrightarrow{EI} = \frac{3}{10} \overrightarrow{EF} \quad \text{et} \quad 7\overrightarrow{BG} + 3\overrightarrow{CG} = \vec{0}.$$

Partie A

- 1) a) Ecrire \overrightarrow{AF} en fonction de \overrightarrow{AC} . Placer E, F et I .
b) En déduire que (EF) et (BC) sont deux droites parallèles.
- 2) Ecrire \overrightarrow{EI} en fonction de \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} .
- 3) a) Ecrire \overrightarrow{AI} en fonction de \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} .
b) Ecrire \overrightarrow{AG} en fonction de \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} .
c) Montrer que les points A, G et I sont alignés.

Partie B

Après avoir choisi un repère adapté, montrer, analytiquement, que (EF) et (BC) sont deux droites parallèles et que les points A, G et I sont alignés.

Joyeux Noël et Bonne Année 2017 ☺