COLLEGE NOTRE-DAME DE JAMHOUR **Année 2020-2021**
Mathématiques
Classe de 3ème
Programme Noyau

<u>Le programme noyau à revoir durant les vacances pour un bon démarrage en classe de 2nde est comme suit</u> :

- **Nombres et calculs**

➢ <u>Les nombres réels</u> :

- Connaitre les différents ensembles des nombres réels.
- Reconnaitre un rationnel, un irrationnel et un réel.
- Reconnaitre une fraction décimale.
- Ecrire un rationnel sous forme de fraction.

➢ <u>La racine carrée</u> :

- Connaitre la définition, les propriétés et les caractéristiques de la racine carrée d'un nombre.
- Résoudre les équations de la forme $x^2 = a$.
- Additionner, soustraire, multiplier et diviser des radicaux.
- Rendre rationnel le dénominateur d'une écriture fractionnaire (notion de conjugué).
- Comparer des nombres avec des radicaux.

➢ <u>Le calcul algébrique</u> :

- Développer et factoriser sans et avec les identités remarquables.
- Connaitre la notion de polynôme et le vocabulaire correspondant (racine, zéro, polynômes identiques, polynôme identiquement nul)
- Réduire, additionner et soustraire des polynômes.
- Définir et réduire une expression fractionnaire.
- Résoudre une équation particulière (produit ou quotient nul) et non particulière.
- Résoudre des inéquations du premier degré et représenter sur un axe l'ensemble solution (cas particuliers et non particuliers).
- Résolution de systèmes d'équations par substitution, combinaison ou comparaison.
- Résolution de problème à travers une mise en système d'équations.

- <u>Les puissances</u> :

- Comprendre les notations avec puissances et les utiliser sur des exemples numériques.
- Connaitre et utiliser les propriétés sur les puissances.
- Utiliser les puissances de 10 et appliquer les propriétés correspondantes.
- Ecrire un nombre décimal sous la forme $a \times 10^n$.
- Donner la notation scientifique d'un nombre décimal.
- Effectuer des calculs en appliquant les propriétés sur les puissances.

- **Fonctions, Organisation et gestion de données**

  - <u>La proportionnalité</u>

- Reconnaitre un tableau de proportionnalité.
- Déterminer une quatrième proportionnelle (entre autre par les produits en croix).
- Proportionnalité et représentations graphiques : utiliser, dans le plan muni d'un repère, la caractérisation de la proportionnalité par l'alignement des points avec l'origine.
- Calculer et appliquer une échelle.
- Calculer, utiliser un pourcentage.
- Déterminer le pourcentage relatif à un caractère dans un groupe constitué de la réunion de deux groupes.
- Calculer la vitesse moyenne.

  - <u>Les fonctions</u> :

- Connaitre et utiliser le vocabulaire correspondant aux fonctions : fonction, image, antécédent.
- Déterminer l'image d'un nombre par une fonction définie par une courbe, un tableau ou une formule.
- Déterminer un antécédent par lecture dans un tableau, sur une représentation graphique ou par calcul.
- Caractériser la proportionnalité par l'alignement des points avec l'origine.
- Définir une fonction linéaire et traduire des cas de proportionnalité par des fonctions linéaires.
- Lire et traduire un tableau ou un graphique.
- Pourcentages et fonctions linéaires.
- Définir une fonction affine et la représenter graphiquement par une droite.
- Déterminer le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine d'une droite par calcul ou d'après le graphique.
- Caractériser l'appartenance d'un point à une droite à partir de ses coordonnées.
- Déterminer l'expression d'une fonction affine à partir de deux nombres et leurs images ou à partir de la droite qui la représente dans un repère.

- **Géométrie analytique :**

  - La droite dans un plan :

  - Déterminer l'équation d'une droite.
  - Connaitre les types d'équations de droites particulières (parallèles aux axes du repère respectivement).
  - Reconnaitre deux droites parallèles et deux droites perpendiculaires à partir de leurs pentes et savoir en déterminer leurs équations.

En plus des fiches travaillées et des exercices du livre, une série d'exercices visant ce programme noyau est proposée ci-dessous.

Nombres et calculs

Exercice 1 :

a. Simplifier chacune des écritures suivantes **:**

$A = 3\sqrt{27} - 10\sqrt{75} + 8\sqrt{3}$ $\qquad$ $B = -7\sqrt{72} + \sqrt{200} + 6\sqrt{32}$

b. Dans chacun des cas suivants, donner l'écriture simplifiée sans radical au dénominateur :

$C = \frac{-2}{2\sqrt{5}-3\sqrt{45}}$; $\qquad$ $E = \sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$

$D = \frac{1}{2\sqrt{3}} - \frac{2}{\sqrt{3}-1}$; $\qquad$ $F = (2\sqrt{5} + 3\sqrt{2})^2 + \frac{3\sqrt{10}-2}{\sqrt{10}-3} + \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$

c. Dans chacun des cas suivants, comparer x et y en justifiant :

- $x = -3\sqrt{5}$ et $y = -7$
- $x = 7 - \sqrt{3}$ et $y = \sqrt{27}$
- $x = 2\sqrt{3} - \sqrt{13}$ et $y = \sqrt{10} - 3$

Exercice 2 :

On demande de faire apparaitre les détails du calcul

a) Donner l'écriture décimale de : $A = \frac{3^{-9}\times(10^3)^2}{2^{-1}\times10^5\times3^{-10}}$

b) Donner les notations scientifiques de chacune des expressions suivantes :

$B = 25 \times 10^{15} + 3200 \times 10^{13}$

$C = \frac{6^5\times14^2\times10^{-7}}{3^4\times10^7\times7^2\times16}$

$D = \frac{25 \times 10^{-3} \times 3{,}6 \times (10^2)^{-5}}{12 \times 10^{-2} \times 1{,}5}$

$E = 12{,}5 \times 10^{-18} + 5{,}4 \times 10^{-19} - 10^{-17}$

c) Donner l'écriture sous la forme d'une fraction irréductible de :

$F = 4^0 \times \left(\frac{1}{5} - \left(\frac{5}{2}\right)^{-2}\right)$

Exercice 3 :

On considère les trois nombres suivants A, B et C tels que :

$$A = \frac{8}{3} + 5 \div \left(1 - \frac{2}{5}\right) \quad ; \quad B = \sqrt{2 - \frac{6}{5}} \times \sqrt{2 + \frac{6}{5}} \quad ; \quad C = \frac{2\sqrt{75} - \sqrt{48}}{5\sqrt{2} \times \sqrt{54} - 5\sqrt{27}}$$

Dans ce qui suit, faire apparaitre les détails du calcul.

1) Montrer que A est un entier naturel.
2) Ecrire B sous forme d'une fraction irréductible.
3) Montrer que C est un nombre décimal.
4) Prouver que $B + C = 2$.

Exercice 4 :

On considère le polynôme $P(x) = (-3x - 5)^2 - 4x(3x + 5) + (1 - 2x)(3x + 5)$.

1) Factoriser (x) .
2) Développer, réduire et ordonner $P(x)$.
3) Résoudre les équations suivantes :
   a) $P(x) = 0$
   b) $P(x) = 30$.
   c) $P(x) = -9x^2$
   d) $P(x) = 3x - 6$

Exercice 5 :

On donne $A(x) = 2(2x-3)(x-4) - (18-8x^2) - 2(3-2x)^2$.

1) Factoriser $A(x)$.

2) Soit $B(x) = 2x^2 - 10x - 28$.

   a) Vérifier que $B(x) = 2(x+2)(x-7)$.

   b) Résoudre l'équation $B(x) = 0$.

3) Soit $P(x) = \frac{A(x)}{B(x)}$.

   a) Pour quelles valeurs de *x*, *P(x)* est-elle définie ?

   b) Réduire *P(x)* puis, résoudre $P(x) = 0$.

   c) L'équation $P(x) = \frac{7}{9}$ a-t-elle une solution ? Justifier.

Exercice 6 : *Les trois parties suivantes sont indépendantes.*

1) Ecrire $C = \frac{33\times(10^2)^{-2}\times 30\times 10^2}{36\times 10^2\times 0{,}022}$ en notation scientifique.

2) On donne $P(x) = ax^2 - 4(x+5)$. Calculer *a* pour que -2 soit racine de *P(x).*

3) Quels sont les entiers naturels solutions de l'inéquation : $\frac{4x}{5} - \frac{5x-18}{10} > \frac{3+2x}{4} - \frac{1}{20}$?

Exercice 7 :

Résoudre les systèmes d'équations suivants : A. $\begin{cases} 5x+7y=8 \\ 10x+21y=24 \end{cases}$ B. $\begin{cases} 4x+y=12 \\ -3x+6y=7 \end{cases}$

Exercice 8 :

Partie A

a) Résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} 6x+2y=5 \\ 2x+4y=5 \end{cases}$$

b) En déduire le couple solution du système : $\begin{cases} 6(a+1)+2(b-2)=5 \\ 2(a+1)+4(b-2)=5 \end{cases}$

Partie B

Trouver, en justifiant, les nombres manquants dans le système :

$\begin{cases} 4x - y = \cdots \\ -2x + \cdots y = -34 \end{cases}$, pour que le couple $(5;-6)$ en soit solution.

Partie C

La somme de deux nombres est 158. Si on ajoute 25 à chacun d'eux, alors l'un devient le triple de l'autre.

a) Représenter la situation par un système de deux équations à deux inconnues.
b) Trouver alors ces deux nombres.

Fonctions, Organisation et gestion de données

Exercice 1 :

a. f est la fonction affine telle que $f(2) = 3$ et $f(-2) = -5$.
Déterminer l'expression de $f(x)$.
b. (d) est la droite qui représente la fonction affine $g(x) = -x - 5$ dans un repère. Trace (d) sur un papier millimétré.
c. A est le point d'intersection de (d) avec $x'\mathrm{O}x$. Calculer les coordonnées de A.
d. B est est le point d'intersection de (d) avec $y'\mathrm{O}y$. Calculer les coordonnées de B.
e. (d') est la droite qui représente f dans le même repère. Soit C le point d'intersection de (d) et (d').
Calcule les coordonnées de C.
f. E est un point de (d) d'abscisse 100, quelle est son ordonnée ?
g. F est un point de (d) d'ordonnée 100, quelle est son abscisse ?

Exercice 2 :

On donne les fonctions $f(x) = 4x$, $g(x) = -2x + 3$ et $h(x) = 3$.

1. Représenter f, g et h dans un repère orthonormé.
2. Déterminer, par lecture graphique
   - l'image de -2 par la fonction g.
   - l'antécédent de 5 par la fonction f.
   - la solution de l'équation $f(x) = g(x)$.
   - les solutions de l'inéquation $g(x) \leq 3$.

Exercice 3 :

Une entreprise construit des boitiers électriques qui servent à distribuer le courant dans les appartements.
Trois employés Felix, Gaëlle et Henri fabriquent chaque mois le même nombre de boitiers.
Felix a un salaire fixe de 1500 euros. Gaëlle a un salaire de 1000 euros augmenté de 2 euros par boitier fabriqué, et Henri touche 7 euros par boitier.
Soit x le nombre de boitiers fabriqués pendant un mois.

1) Exprimer en fonction de x les salaires de Felix, Gaëlle et Henri.

2) Sur un papier millimétré, représenter graphiquement dans un repère orthogonal, les fonctions $f(x) = 1500$, $g(x) = 1000 + 2x$ et $h(x) = 7x$.
(On choisira comme unités : 1 cm pour 20 boitiers sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 100 euros sur l'axe des ordonnées).
3) En avril, Felix et Gaëlle ont eu le même salaire. Combien de boitiers Felix a-t-il fabriqué ?
Justifier par un calcul.
4) Les trois salariés pourront-ils toucher le même salaire ? Expliquer.

Géométrie analytique

Exercice 1 :

Dans un repère orthonormé d'origine O, on considère le vecteur $\vec{u}(-2 ; 3)$

1) Soient les points $A\left(\frac{2}{3} ; \frac{7}{3}\right)$ et $B\left(-\frac{4}{3} ; \frac{16}{3}\right)$. Montrer que $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$.
2) Soit C $\left(\frac{11}{3} ; \frac{1}{3}\right)$. Montrer que $AB = AC$.
3) D est l'image de C par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$.
   a) Calculer les coordonnées de D.
   b) Quelle est la nature du quadrilatère $ABDC$? Justifier la réponse.

Exercice 2 :

Dans un repère d'axes $x'Ox$ et $y'Oy$,on donne la droite (d) d'équation $y = 2x - 1$,le point $A(2 ; 3)$ et le point $B(0 ; 5)$.

1. Placer A et B et tracer (d).
2. Montrer que A appartient à (d).
3. Calculer :
   - Les composantes du vecteur $\overrightarrow{AB}$
   - La distance AB.
4. Déterminer l'équation de la médiane issue de O dans le triangle AOB.
5. (Δ) est la droite perpendiculaire à (d) passant par B.Trouver l'équation de (Δ).
6. Déterminer la distance de B à (d). (<u>Nommer H le point d'intersection de (d) et (Δ)</u>)
7. Soit $C(4 ; 0)$.Trouver l'équation de la médiatrice de $[OC]$.