

**I. Nombres et Calculs****Exercice 1**

Pour chacun des nombres suivants, préciser s'il s'agit d'un entier, d'un décimal non-entier, d'un rationnel non décimal ou d'un irrationnel, en justifiant

- $\sqrt{125} + 2\sqrt{45} - \sqrt{55} \times \sqrt{44}$
- $\sqrt{27} - 12\sqrt{3} (3\sqrt{4} - 6)$
- $\sqrt{(3 + \sqrt{5})(3 - \sqrt{5})}$
- $(2\sqrt{5} - 1)^2 + (2 + \sqrt{5})^2$
- $\sqrt{(4 - 3\sqrt{2})(3\sqrt{2} + 4)}$
- $\frac{-4\pi - 5\pi}{2\pi + 3\pi}$
- $\frac{7\pi}{5}$
- $(1 - \sqrt{2})(1 + \sqrt{2})$
- $1, \bar{6} \times 9$
- $\frac{(3 - \sqrt{5})^2 + 6\sqrt{5}}{4}$

Exercice 2**a. Simplifier chacune des écritures suivantes**

$$A = 3\sqrt{27} - 10\sqrt{75} + 8\sqrt{3}$$

$$B = -7\sqrt{72} + \sqrt{200} + 6\sqrt{32}$$

$$C = 3\sqrt{20} + 4\sqrt{45} - \sqrt{80}$$

$$F = 50\sqrt{45} - 3\sqrt{5} + 6\sqrt{125}$$

b. Dans chacun des cas suivants, donner l'écriture simplifiée sans radical au dénominateur

$$A = \frac{-2}{2\sqrt{5} - 3\sqrt{45}}$$

;

$$B = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1} - 3\sqrt{2}$$

;

$$C = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{12}}{\sqrt{75}+5\sqrt{3}}$$

$$D = \frac{3}{3\sqrt{2}+\sqrt{18}}$$

;

$$E = \sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}$$

;

$$F = \frac{1}{2\sqrt{3}} - \frac{2}{\sqrt{3}-1}$$

$$G = (2\sqrt{5} + 3\sqrt{2})^2 + \frac{3\sqrt{10}-2}{\sqrt{10}-3} + \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$$

c. Dans chacun des cas suivants, comparer A et B en justifiant

- $x = -3\sqrt{5}$ et $y = -7$
- $x = \sqrt{7} - 2\sqrt{13}$ et $y = \sqrt{24} - 2\sqrt{3}$
- $x = \sqrt{20} - \sqrt{9}$ et $y = \sqrt{5} + 2$
- $x = 7 - \sqrt{3}$ et $y = \sqrt{27}$
- $x = 2\sqrt{3} - \sqrt{13}$ et $y = \sqrt{10} - 3$

Exercice 3**Factoriser**

$$A = x^3 - 3x^2 - 9x + 27$$

$$B = (x - 5)(x + 1) - 8x + 40 - 3(-x + 5)^2$$

$$C = 45x^2 - 30x + 5 - (x - 5)(1 - 3x) + 3x - 1$$

$$D = 25x^2 + 70x + 49 + (10x + 14)$$

$$E = 9x^2 - 6x + 1 + (5x - 2)(1 - 3x)$$

$$F = 2x(x^2 - 1) - x(x + 1)$$

$$G = 3x^2 - 12 + (x - 4)(2 - x) - (x^2 - 4x + 4)$$

$$H = x^3 - x^2 - 9(x - 1)^3$$

Exercice 4

A- Résoudre chacune des équations et inéquations suivantes

- $(x + 3)^2 - x^2 + 2x = 4(2x - 1)$
- $\frac{y^2-4}{3} = 15$
- $9x^2 = 25$
- $-x^2 + 10 = 3$
- $7 - 2x^2 = 11$
- $2x^2 - 8 = (x - 2)(x + 1)$
- $x^3 - x^2 = x - 1$
- $4 - y^2 = 2 - y$
- $(2t - 3)(2t + 1) = (2t - 3)^2$
- $4(x - 2)^2 = 25(2x - 3)^2$
- $4x^2 - 4x + 1 = (2x - 1)(x + 7)$
- $(4x + 1)(3x - 5) = (1 - 4x)(6x - 10)$
- $(3x + 1)(4x - 8) = (x + 2)(2 - x)$
- $2(x - 1) + 9x^2 + 6 < (3x - 2)^2$
- $-(x - 5) + (-2 + x)^2 \geq (x + 1)^2$
- $\frac{1}{3}(2x - 3) + \frac{1}{2}(-x + 6) > \frac{1}{3}(x - 1)$

B- $C_1(O ; R)$ et $C_2(O ; 5)$ sont 2 cercles concentriques. La couronne est la région comprise entre ces 2 cercles (C_1 est le grand cercle et C_2 est le petit cercle).

Pour quelles valeurs de R , l'aire de la couronne est-elle inférieure à l'aire du petit disque ?

Exercice 5

$$A(x) = 4x^3 - ax^2 + 10x + d - 4$$

$$B(x) = (b - 4)x^3 + 9x^2 + (c - 6)x + 9$$

$$C(x) = (f^2 - 25)x^2 + (2f - 10)x + (e - 2)$$

1) Déterminer $a; b; c$ et d pour que $A(x)$ et $B(x)$ soient identiques

2) Déterminer e et f pour que $C(x)$ soit identiquement nul.

Exercice 6

Les parties A et B sont indépendantes

A- On donne les polynômes suivants :

$$P(x) = 9 - x^2 + (2x + 6)(4x + 5) - 2(x + 3)^2$$

$$Q(x) = (3x - 4)^2 - (2x + 11)^2$$

1. Factoriser $P(x)$.
2. Développer et réduire $P(x)$.
3. Résoudre l'équation $5x^2 + 22x + 21 = 0$.
4. Factoriser $Q(x)$.
5. Résoudre l'équation $Q(x) = 0$.
6. Soit $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$.
 - a. Déterminer les valeurs interdites de $f(x)$
 - b. Simplifier $f(x)$ puis résoudre $f(x) = 0$

B- Simplifier $A = \frac{2x-3}{x^2+4x} + \frac{5x}{x+4} - \frac{x+1}{x}$ $B = \frac{9x^2-16}{x^2+36-12x} \times \frac{12-2x}{15x-20}$

Exercice 7

On demande de faire apparaître les détails du calcul

a) Donner l'écriture décimale de :

$$A = \frac{3^{-9} \times (10^3)^2}{2^{-1} \times 10^5 \times 3^{-10}}$$

b) Donner les notations scientifiques de :

$$B = 25 \times 10^{15} + 3200 \times 10^{13} \quad \text{et} \quad C = \frac{6^5 \times 14^2 \times 10^{-7}}{3^4 \times 10^7 \times 7^2 \times 16}$$

$$D = \frac{25 \times 10^{-3} \times 3,6 \times (10^2)^{-5}}{12 \times 10^{-2} \times 1,5} \quad \text{et} \quad E = 12,5 \times 10^{-18} + 5,4 \times 10^{-19} - 10^{-17}$$

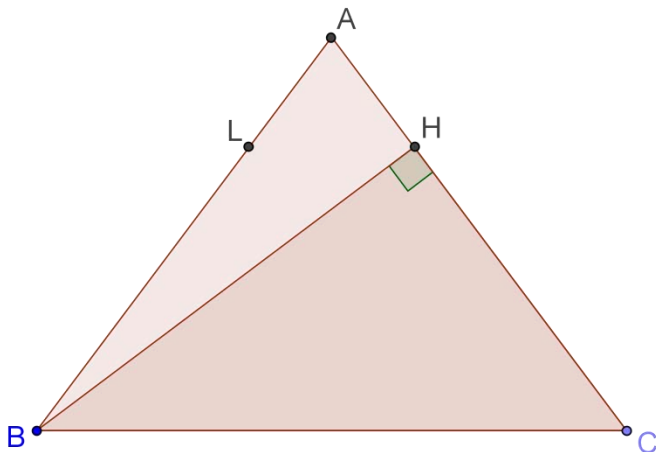
c) Donner l'écriture sous la forme d'une fraction irréductible de :

$$F = 4^0 \times \left(\frac{1}{5} - \left(\frac{5}{2} \right)^{-2} \right)$$

II. Géométrie

Exercice 1

ABC est un triangle isocèle en A tel que $AB=12,5$ cm et la hauteur [BH] a pour longueur 12 cm.
L est le point de [AB] tel que $BL=9$ cm.



- 1) Montrer que les droites (HL) et (BC) sont parallèles.
- 2) Calculer l'aire du triangle AHL.
- 3) Calculer HL.
- 4) (CL) et (BH) se coupent en O.

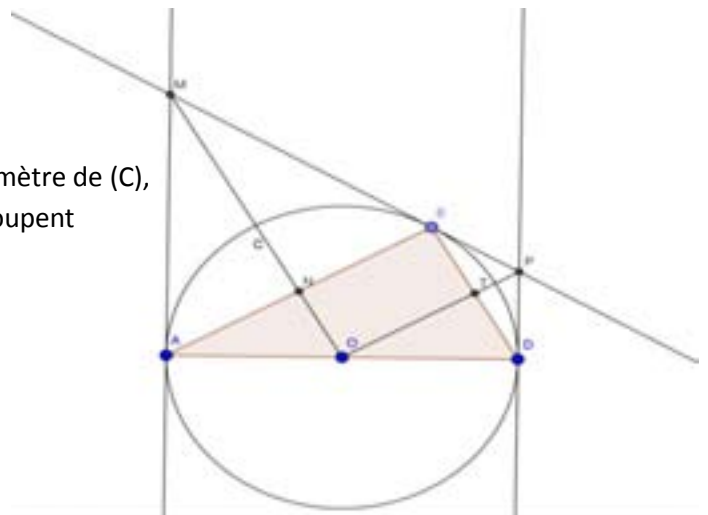
Par quel nombre faut-il multiplier le périmètre du triangle OHL pour obtenir celui de OBC ?

Exercice 2

(C) est un cercle de centre O et de rayon 4cm, [AD] est un diamètre de (C), B est un point de (C). Les tangentes en A et D au cercle (C) coupent la tangente en B respectivement en M et P.

(MO) coupe (AB) en N et (PO) coupe (BD) en T.

- 1) Calcule NT.
- 2) Montre que $OM \times OP = OB \times MP$

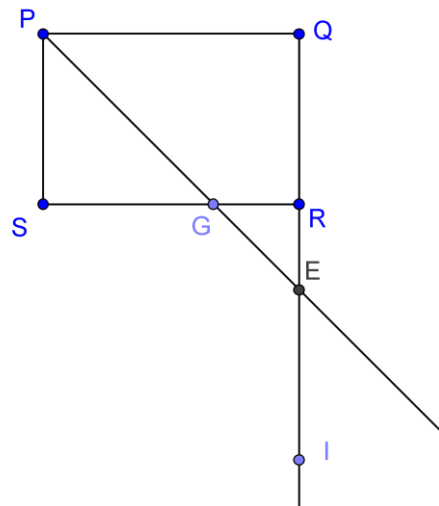


Exercice 3

PQRS est un rectangle tel que $PQ = 6\text{cm}$ et $QR = 4\text{cm}$.

G est le point de $[SR]$ tel que $GR = \frac{1}{3}RS$.

(PG) coupe (QR) en E.



- 1) Montrer que $ER = 2\text{cm}$.
- 2) Soit I le point de $[RE]$ tel que $RI = 6\text{cm}$.
 - a) Montrer que (GE) est parallèle à (SI) .
 - b) Exprimer l'aire de RSI en fonction de l'aire de GRE .
- 3) (PE) coupe (SQ) en L. Calculer LQ .

Exercice 4

Soient deux cercles $C_1(A; 3\text{cm})$ et $C_2(B; 2\text{cm})$ tel que $AB = 8\text{cm}$.

(IJ) est tangente à (C_1) en I et à (C_2) en J.

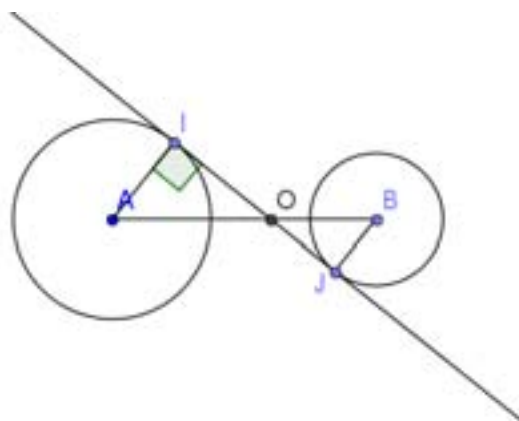
(IJ) et (AB) se coupent en O.

- 1) Montrer que $OB = 3,2\text{cm}$.

Soit K le symétrique de O par rapport à A
et L le symétrique de O par rapport à B.

- 2) Montrer que (JL) est parallèle à (IK) .
- 3) La parallèle à (BJ) passant par O coupe (AJ) en R.

Calculer $\frac{AR}{AJ}$.



Exercice 5

On donne un cercle $C(O; 2^3)$ de diamètre $[AB]$.

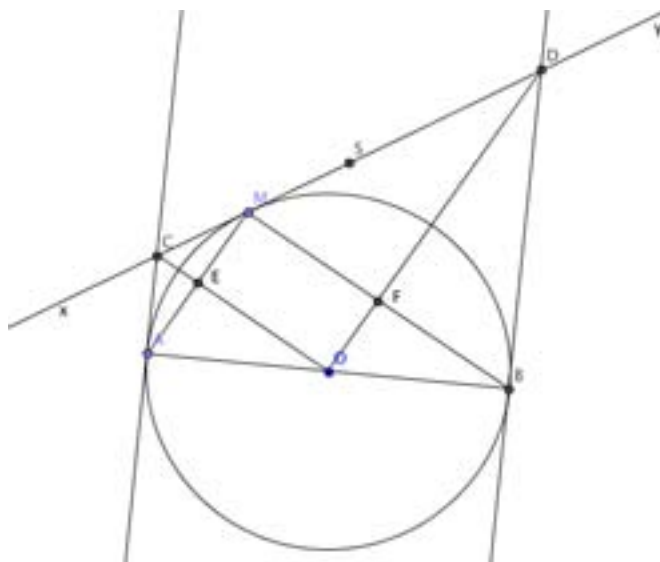
M est un point de ce cercle tel que $AM = 4\text{cm}$.

On mène par M la tangente (xy) à ce cercle.

Les tangentes en A et B au cercle (C) coupent (xy) respectivement en C et D.

Soit S le milieu de $[CD]$.

- a. Montrer que $AC + BD = CD$.
- b. Montrer que $(EF) \perp (SO)$.
- c. Calculer EO en justifiant. En donner la valeur exacte.



Exercice 6

(C) est un cercle de centre O de diamètre $[AB]$. M est un point de ce cercle, la tangente en M à ce cercle coupe les tangentes en A et en B respectivement en D et en C. E est le milieu de $[DC]$.

- 1) Montrer que (AM) est parallèle à (OC) .
- 2) Calculez \widehat{MDO} et \widehat{MOC} dans le cas où $\widehat{AOM} = 110^\circ$.
- 3) Montrer que $OE = \frac{DA+BC}{2}$