

# La démonstration

## I- Définition

La démonstration est une modalité ou forme de raisonnement qui procède d'une manière entièrement déductive c'est-à-dire qui se passe de tout recours aux faits, de toute exigence de « montrer » quoi que ce soit par l'expérience et dont la conclusion s'impose comme nécessaire c'est-à-dire qui établit des vérités contraignantes pour l'esprit.

Le raisonnement démonstratif consiste à conclure de façon rigoureuse et nécessaire une proposition par la voie de la déduction c'est-à-dire à partir seulement des propositions précédentes, sans avoir à recourir aux faits.

Déduire: dégager d'une manière rigoureuse et nécessaire à partir d'une ou de plusieurs propositions prises pour prémisses les implications qui y sont contenues dès le départ.

### Le champ de la démonstration

#### 1) La logique fondée par Aristote (considéré comme le père de la logique formelle)

La logique détermine les règles formelles du raisonnement valide indépendamment de son contenu

La logique est l'outil nécessaire de toute pensée qui vise la rectitude dans son exercice et la vérité de ses conclusions.

La logique est une science normative (elle dit comment il faut raisonner) et purement formelle (elle n'a aucun recours à l'expérience).

Le modèle privilégié de la logique formelle est le syllogisme: raisonnement **déductif**, formel qui consiste en une suite de 3 propositions telles qu'une fois les 2 premières ou prémisses accordées, la 3<sup>ème</sup> ou conclusion doit être nécessairement accordée.

#### 2) Les mathématiques: les mathématiques reposent, sinon exclusivement, du moins en majeure partie sur la démonstration.

## II- II- Problématique

La tradition philosophique qui pose le problème de la vérité en termes de certitude fait de la démonstration un archétype de la rationalité et un modèle de rigueur, de cohérence et de certitude.

- **Quelle est dès lors la valeur de vérité de la démonstration ?**
- **Peut-on tout démontrer?**

- *et suffit-il de démontrer pour être dans le vrai?*

### III- La valeur de la démonstration

#### 1) Platon : « *Que nul n'entre ici s'il n'est géomètre* »

Les mathématiques seraient donc l'«antichambre» de la philosophie; elles appartiennent, comme elle, au monde intelligible, accessible à la raison (noûs) et non à la doxa. Elles précèdent directement la dialectique ou science des Idées. Mais ce qui distingue les mathématiques de la dialectique c'est qu'elles se servent encore des figures géométriques comme support visuel du raisonnement tandis que la dialectique est affranchie de tout recours à des images sensibles.

#### 2) Descartes : *Les mathématiques montrent le droit chemin de la vérité*

Quant à l'**objet** [**objet pur** (sans mélange, qui relève exclusivement de l'esprit) **et simple** (accessible par une intuition purement intellectuelle)], et quant à la **méthode** [**raisonnement déductif** (qui se passe de tout recours à l'expérience sensible)], l'arithmétique et la géométrie sont plus certaines que les autres sciences ; davantage, elles offrent un modèle de rigueur et de certitude pour les autres sciences.

Descartes appelle donc, à la suite de Galilée, à l'extension du modèle mathématique ou démonstratif aux sciences de la nature.

Selon Galilée, « la nature est un livre écrit en langage mathématique »: sous les événements sensibles divers et changeants se cache un ordre harmonieux, de nature mathématique. En effet, les sciences de la nature, en l'occurrence la physique, ne sont devenues des sciences véritables et n'ont commencé à progresser qu'à partir du moment où elles se sont mathématisées donc quantifiées.

Pour Descartes, cet ordre démonstratif peut s'étendre jusqu'au domaine métaphysique : l'existence de Dieu, l'immortalité de l'âme peuvent être connues avec certitude, c'est-à-dire par démonstration.

#### 3) La révolution en mathématique et en physique

Kant pose le problème de la constitution des mathématiques – et de la physique – en science, en termes de construction : les mathématiques ne sont devenues une science que lorsqu'elles ont délaissé l'expérience (l'arpentage pratiqué par les Egyptiens) pour construire leurs objets *a priori* (avec les Grecs). En effet, le géomètre ne tire pas les propriétés de la figure mais construit la figure en fonction de propriétés représentées *a priori*.

Les mathématiques relèvent de jugements synthétiques (synthèse = construction de l'esprit) *a priori* (indépendantes/antérieures à toute expérience) ; elles sont rigoureuses et toujours vraies.

#### IV- Les limites de la démonstration

##### 1) Tout n'est pas démontrable

###### a- Le problème des indémonstrables

Tout l'édifice de la démonstration repose en amont sur des principes indémonstrables, axiomes et postulats, adoptés comme conventions par l'esprit et par la communauté des scientifiques. Il s'agit de vérités premières qui font l'objet d'une intuition intellectuelle et dont la certitude s'impose à l'esprit sans raisonnement.

###### b- Hume : Vérités mathématiques et vérités empiriques

Seules sont démontrables les relations d'idées, c'est-à-dire des constructions de l'esprit ; les faits, ce qui est empirique, ne peut être faire l'objet d'un raisonnement déductif ni même inductif (cf. l'illégitimité de l'induction chez Hume).

<b>Relations d'idées (figures et nombres)</b> Géométrie, algèbre, arithmétique	<b>Faits</b> La physique
Affirmations intuitivement (saisie immédiate par l'esprit) ou démonstrativement (déduction) certaines	Les faits ne sont pas accessibles par une intuition intellectuelle mais par une perception sensible
Le contraire d'une affirmation est impossible car inconcevable	Le contraire d'un fait est possible et concevable : le soleil ne se lèvera pas demain / le soleil se lèvera sont des propositions également admissible. Tout ce qui est concevable est intelligible
Accessibles exclusivement par la pensée, indépendantes de toute donnée de l'expérience, de toute réalité tangible → certitude et évidence alors même que leur objet est inexistant	Le contraire au niveau des faits n'est pas contradiction au niveau de l'esprit. Un fait est possible du moment que l'esprit est capable de le concevoir. Au niveau des faits tout ne dépend pas de notre esprit

###### c) L'existence est absurde

- Les rapports intersubjectifs et les sentiments humains tels le désir, l'amour, la haine, la jalousie, la souffrance... ne peuvent faire l'objet d'un raisonnement déductif nécessaire.
- Par ailleurs, l'existence est absurde, elle échappe à toute intelligibilité et par suite à toute démonstration. L'ordre du démonstratif ne recouvre pas l'ordre de l'existentiel.

###### d) Il ne suffit pas de démontrer pour être dans le vrai

- Kant a montré que la validité formelle d'un raisonnement – notamment s'il s'applique au réel – est une condition nécessaire de vérité mais demeure insuffisante, il lui manque la vérité matérielle ou correspondance avec les faits ainsi que la vérification par l'expérience.
- Tout raisonnement démonstratif, logique et cohérent n'est pas pour autant nécessairement vrai. La validité du discours ne suffit pas pour en établir la vérité. En effet, une logique passionnelle, un délire, une idéologie peuvent présenter une cohérence interne sans être vrais ; ils sont ainsi irrecevables par l'esprit.
- Le raisonnement démonstratif ne peut s'appliquer dans les domaines où la liberté prévaut : religion, politique, la morale, l'art